



6 класс



Математический конкурс «По морям, по волнам» на приз Золотой Устрицы

20 апреля 2012 года, ЦДО

1. В Царском море есть острова, соединённые мостами (изолированных островов нет), а один из этих островов называется Загадочный. Каждый из остальных островов тогда и только тогда соединён с островом Загадочный, когда он соединён с чётным количеством островов. Какое количество островов может быть соединено с Загадочным, если всего мостов 7, и между любой парой островов проходит не более одного моста?

2. Некоторые люди говорят и правду, и неправду, а некоторые определились и либо всегда врут, либо всегда говорят правду. Однажды за круглым столом собрались 6 человек, и каждый произнёс: «Мой сосед справа уже определился». Известно, что в этот день люди одного типа не сидели рядом. Сколько могло быть среди присутствующих тех, кто уже определился и решил говорить правду?

3. Морской царь любил математику и интересные числа. Когда его спросили: «Сколько алмазов в вашей короне?», он ответил: «0, это очень интересное число! Если возвести его в любую степень не выше четвертой, а потом у получившегося числа посчитать сумму цифр, то получится то же самое, что и при проведении этих действий в обратном порядке. То есть неважно, сначала я посчитаю сумму цифр, а потом возведу в степень, не большую 4, или наоборот, результат будет одинаковым! При этом алмазов больше 1!» Можно ли однозначно определить, сколько в короне алмазов?

4. Сундук с драгоценностями можно открыть следующим образом: замок в виде красного равностороннего треугольника надо накрыть 10 волшебными синими треугольниками, имеющими такие же форму и размер, как и замок. При этом каждая красная точка должна быть накрыта ровно одним синим треугольником. Как это сделать?

5. Гавань имеет форму клетчатого квадрата. Плот занимает ровно одну клетку. Плоты не могут соприкасаться ни углами, ни сторонами. Какую наименьшую длину стороны должна иметь гавань, чтобы там можно было разместить 10 плотов?

6. К высокому дереву подползли 10 улиток. Каждую минуту одна из улиток, находящихся на земле, начинала ползти вверх по дереву. Первая улитка ползла со скоростью 1 см/мин, каждая следующая — на 1 см/мин быстрее, чем предыдущая. Назовём улитку успешной, если она обгоняла всех улиток, которые начали движение по дереву перед ней, в том же порядке, в котором они выползали на дерево (например, третья улитка — успешная: через минуту после начала движения она обгоняет первую улитку, а ещё через какое-то время — вторую). Сколько было успешных улиток, если известно, что последняя улитка приползла на вершину дерева первой?