



7 класс



Математический конкурс «По морям, по волнам» на приз Золотой Устрицы

20 апреля 2012 года, ЦДО

1. В Царском море есть острова, соединённые мостами (изолированных островов нет), а один из этих островов называется Загадочный. Каждый из остальных островов тогда и только тогда соединён с островом Загадочный, когда он соединён с чётным количеством островов. Какое количество островов может быть, если всего мостов 7, и между любой парой островов проходит не более одного моста?

2. Некоторые люди говорят и правду, и неправду, а некоторые определились и либо всегда врут, либо всегда говорят правду. Однажды за круглым столом собрались n человек, и каждый произнёс: «Мой сосед справа уже определился». Известно, что в этот день люди одного типа не сидели рядом. Сколько могло быть среди присутствующих тех, кто уже определился и решил говорить правду?

3. Морской царь любил математику и интересные числа. Когда его спросили: «Сколько алмазов в вашей короне?», он ответил: «О, это очень интересное число! Если возвести его в любую степень не выше четвертой, а потом у получившегося числа посчитать сумму цифр, то получится то же самое, что и при проведении этих действий в обратном порядке. То есть неважно, сначала я посчитаю сумму цифр, а потом возведу в степень, не большую 4, или наоборот, результат будет одинаковым! При этом алмазов не меньше 2!» Можно ли однозначно определить, сколько в короне алмазов?

4. Сундук с драгоценностями можно открыть следующим образом: замок в виде красного равностороннего треугольника надо накрыть 10 волшебными синими треугольниками, имеющими такие же форму и размер, как и замок. При этом каждая красная точка должна быть накрыта ровно одним синим треугольником. Как это сделать?

5. Гавань имеет форму клетчатого квадрата. Плот занимает четыре клетки, расположенные в виде квадрата 2×2 клетки. Плоты не могут соприкасаться ни углами, ни сторонами. Какую наименьшую длину стороны должна иметь гавань, чтобы там можно было разместить 10 плотов?

6. К высокому дереву подползли 2013 улиток. Каждую минуту одна из улиток, находящихся на земле, начинала ползти вверх по дереву. Первая улитка ползла со скоростью 1 см/мин, каждая следующая — на 1 см/мин быстрее, чем предыдущая. Назовём улитку успешной, если она обгоняла всех улиток, которые начали движение по дереву перед ней, в том же порядке, в котором они выползали на дерево (например, третья улитка — успешная: через минуту после начала движения она обгоняет первую улитку, а ещё через какое-то время — вторую). Сколько было успешных улиток, если известно, что последняя улитка приползла на вершину дерева первой?